UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA **SEPTIEMBRE 2008**

Tiempo disponible:1 h 30 min

Se valorará el uso del vocabulario y la notación científica. Los errores ortográficos, el desorden, la falta de limpieza en la presentación y la mala redacción, podrán suponer una disminución hasta de un punto en la calificación, salvo casos extremos.

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARA A ESTE EJERCICIO :(véanse las distintas partes del examen)

En cada uno de los tres apartados el alumno elegirá entre una de las dos opciones

1.-ALGEBRA

OPCIÓN A

(2'5 puntos) Hallar una matriz: $X=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ de orden 2 tal que $\mathbf{A^{-1}XA = B}$ siendo

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \quad y \quad B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

OPCIÓN B

a)(1 punto)Probar que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}=(b-a)(c-a)(c-b)$

b)(1'5 puntos) Hallar la solución del sistema: $\begin{cases} x+2y+3z=0 \\ x+4y+9z=2 \end{cases}$ que, además, satisface que la suma de valores correspondientes a cada una de las incógnitas es **4**

2.-GEOMETRÍA

OPCIÓN A

Se considera la recta **r** y los planos $\pi_1 \; y \; \pi_2$ siguientes:

$$r \equiv \begin{cases} x=2-3\lambda \\ y=1+2\lambda \\ z=4-\lambda \end{cases} \qquad \begin{matrix} \pi_1 \equiv 2-3x+2y-z=0 \\ \pi_2 \equiv 3+2x+2y-2z=0 \end{matrix}$$

a)(1'25 puntos) Determinar la posición relativa de los planos.

b)(1'25 puntos) Calcular la distancia de ***r*** a π_2.

OPCIÓN B

a)(1 punto)Obtener los valores $\alpha \; y \; \beta$ para los cuales el vector de componentes $(\alpha\,,\,\beta\,,\,0)$ tiene módulo $\sqrt{2}$ y es perpendicular a la recta $r \equiv \begin{cases} x=2-\lambda \\ y=1-\lambda \\ z=-1 \end{cases}$

b)(0'75 puntos)Estudiar si los vectores $\vec{a}=(3\,,1\,,\,2)$, $\vec{b}=(0\,,1\,,1)$, $\vec{c}=(0\,,1\,,-1)$ son linealmente independientes.

c)(0'75 puntos) Calcular el ángulo que forman dos rectas cuyos vectores direccionales son $\vec{b} \; y \; \vec{c}$ respectivamente.

3.-ANÁLISIS

OPCIÓN A

1.-Sea $f(x)=\dfrac{(2x-1)^2}{4x^2+1}$

a)(1 punto) Calcular el máximo y mínimo absoluto de $f(x)$

b)(0´5 puntos) Estudiar si $f(x)$ es una función simétrica respeto al eje **OY**

c)(1 punto) Calcular $\int_0^x f(x)\,dx$

2.-a)(1‘5 puntos) Razonar si para $F(x)=\dfrac{\int_0^{x^2} t^2\,dt}{x^4}$ se satisface $\lim_{x\to 0} F(x)=\lim_{x\to 0} F'(x)$

b)(1 punto) Calcular $\lim_{x\to\infty} \sqrt{4x^2+1}-\sqrt{4x^2-3x+2}$

OPCIÓN B

1.- Sea $f(x)=\dfrac{2x}{x+1}$

a)(1’75 puntos) Estudiar su dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus asíntotas

b)(0’75 puntos) Calcular $\lim_{x\to\infty}\left\{x^2\left[f(x+1)-f(x)\right]\right\}$

2.-(2’5 puntos) Una empresa ha decidido mejorar su seguridad instalando 9 alarmas. Un especialista, en el tema, señala que, dada la estructura de la empresa, solo puede optar por alarmas de dos tipos, **A** o **B;** además afirma que la seguridad de la empresa se puede expresar como la décima parte del producto entre el número de alarma de tipo **A** y el cuadrado del número de alarmas de tipo **B**. Estudiar cuantas alarmas de cada tipo debe de instalar en la empresa para maximizar la seguridad.